

ANALIZA WIDMOWA SYGNAŁÓW (1) Podstawowe charakterystyki widmowe, aliasing

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest przypomnienie podstawowych charakterystyk widmowych sygnałów oraz problemów związanych ze zjawiskiem odbicia widma (aliasing).

II. Zagadnienia

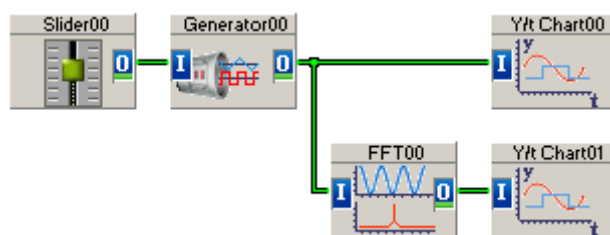
1. Prosta i odwrotna DFT, podstawowe zależności, właściwości. Rozdzielczość częstotliwościowa DFT.
2. Widmo amplitudowe, widmo mocy, gęstość widmowa mocy: definicje, estymatory, przykładowe przebiegi dla typowych sygnałów zdeterminowanych (sinus, prostokąt, piła) i losowych (szum biały). Widmo jednostronne i dwustronne.
3. Próbkowanie równomierne sygnałów, częstotliwość Nyquista. Dobór częstotliwości próbkowania. Nakładanie się widm (aliasing) i sposoby eliminacji tego zjawiska.

III. Przebieg ćwiczenia

Do wykonania ćwiczenia wykorzystany zostanie komputer PC i program DASYLab.

1. Podstawowe charakterystyki widmowe

- 1.1. Zbudować w programie DASYLab układ przedstawiony na rys. 1. Funkcje modułów: **Slider00** – Max. Value 1000, Resolution 1000, Unit Hz; (regulacja częstotliwości w zakresie 0 - 1000 Hz z rozdzielczością 1 Hz), **Generator00** – Modulation, Frequency modulation, Sine, Amplitude: 4V, Offset: 0; **FFT00** – Real FFT of a Real Signal; **Y/t Chart00-01** – Auto Scaling.



Rys. 1. Układ do wyznaczania charakterystyk widmowych i obserwacji zjawiska aliasingu

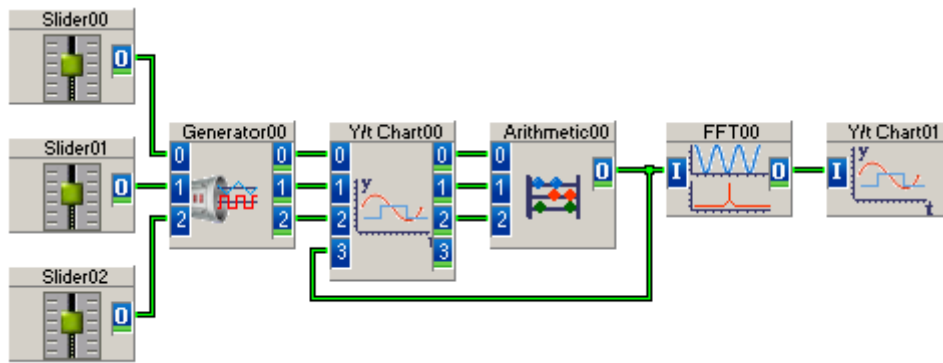
- 1.2. Ustawić w menu programu *Experiment/Experiment Setup* opcje: Sample Rate/Ch = 1024 Hz, Block Size = 1024. Dla przebiegu sinusoidalnego o częstotliwości kilkudziesięciu Hz (np. 50 Hz) zmieniając opcje modułu **FFT00** wyznaczyć i porównać przebiegi:
 - jednostronnego widma amplitudowego (Amplitude Spectrum),
 - dwustronnego widma amplitudowego (Fourier Analysis),
 - widma mocy (Power Spectrum),
 - gęstości widmowej mocy (Power Density Spectrum).

Zwrócić uwagę na liczbę, amplitudę i położenie uzyskanych prążków na osi częstotliwości, zakresy tej osi oraz jednostki dla każdego typu widma. Dla widma dwustronnego (Fourier Analysis) sprawdzić efekty działania opcji Symmetrical Axis i porównać zakresy osi częstotliwości. Obliczyć i sprawdzić przy pomocy kursorów rozdzielczość widma.

- 1.3. Obserwacje z punktu 1.2 powtórzyć dla nastaw: Sample Rate/Ch = 1024 Hz, Block Size = 512 i tej samej częstotliwości sygnału z generatora. Obliczyć i sprawdzić przy pomocy kursorów rozdzielczość widma.
- 1.4. Do sygnału wygenerowanego jak w p. 1.2 dodać składową stałą o amplitudzie 2 V (**Generator00** – Offset = 2V) i ponownie wyznaczyć oraz porównać poszczególne charakterystyki widmowe.
- 1.5 Wyniki pomiarów z punktów 1.2÷1.4 zestawić w formie tabeli zawierającej: parametry sygnału oraz amplitudy i częstotliwości prążków dla poszczególnych typów widma.

2. Aliasing (nakładanie, odbicie) widma

- 2.1. W układzie z rysunku 1 (dla nastaw: Sample Rate/Ch = 1024 Hz, Block Size = 1024) zmieniając przy pomocy zadajnika **Silder00** częstotliwość przebiegu sinusoidalnego bez składowej stałej w zakresie 0 - 1000 Hz zaobserwować zjawisko aliasingu widma amplitudowego przy zwiększeniu częstotliwości sygnału powyżej połowy częstotliwości próbkowania. Równocześnie zwrócić uwagę na dokładność odwzorowania na podstawie dyskretnych próbek przebiegu czasowego sygnału. W razie potrzeby przeskalować oś X modułu **Y/t Chart00** (opcje: **Zoom** lub **X Scaling: Zoomed Width**) tak, aby w oknie wykresu widoczne było tylko 2–3 okresy przebiegu. Obserwacje powtórzyć dla innych nastaw częstotliwości próbkowania (w menu *Experiment/Experiment Setup/Driver/Sampling rate/Ch*), np. 512 i 2048 Hz.
- 2.2. Dla częstotliwości próbkowania 1024 Hz i częstotliwości sygnału np. 700 Hz obliczyć i sprawdzić doświadczalnie dla jakiej częstotliwości w widmie amplitudowym wystąpi prążek odbity wskutek aliasingu.
- 2.3. Przeskalować zakres zadajnika **Silder00** na 0-5000 (Max. Value 5000). Zmieniając przy pomocy zadajnika częstotliwość przebiegu sinusoidalnego w zakresie 0 - 5000 Hz zaobserwować zjawisko wielokrotnego aliasingu przy zwiększeniu częstotliwości sygnału powyżej połowy częstotliwości próbkowania.
- 2.4. Przeskalować zakres zadajnika **Silder00** na 0-1000 (Max. Value 1000). Dla przebiegu prostokątnego i częstotliwości próbkowania 1024 Hz zaobserwować zmiany przebiegu widma amplitudowego przy stopniowym zwiększaniu częstotliwości sygnału. Obliczyć i sprawdzić doświadczalnie dla jakiej częstotliwości sygnału pojawi się aliasing np. 7 harmonicznej.
- 2.5. Dla określonej częstotliwości sygnału prostokątnego (np. 20 Hz) dobrać minimalną częstotliwość próbkowania aby w widmie amplitudowym uzyskać prawidłowe (bez aliasingu) odwzorowanie kolejno: 3, 7, 11 harmonicznej.
- 2.6. Zbudować układ wg rysunku 2. Funkcje modułów: **Silder00-02** – Max. Value 5000, Resolution 5000, Unit Hz; (regulacja częstotliwości w zakresie 0 - 5000 Hz z rozdzielczością 1 Hz), **Generator00** – Function group: Frequency Modulation (FM), Blok 0: Sine, 4V, Blok 1: Sine 3V, Blok 2: Sine 2V; **Arithmetic00** – Operation with two or more Operands, Add; **FFT00** – Real FFT of a Real Signal, Amplitude Spectrum; **Y/t Chart00**, **Y/t Chart01** – Auto Scaling.



Rys. 2. Układ do badania zjawiska odbicia widma.

- 2.7. Dla częstotliwości próbkowania 1024 Hz i kilku nastaw zadajników *Slider00-02* podanych przez prowadzącego (np. 300 Hz, 2600 Hz i 4000 Hz) zinterpretować otrzymane widmo amplitudowe sygnału sumarycznego.

IV. Pytania kontrolne

1. Przedstawić twierdzenie o próbkowaniu.
2. Wyjaśnić zasady doboru częstotliwości próbkowania sygnałów przenoszących informację w dziedzinie czasu i częstotliwości.
3. Na czym polega zjawisko aliasingu (odbicia widma) sygnałów i jaka jest przyczyna jego powstawania?
4. Porównać efekty zjawiska aliasingu sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości.
5. Jak można zapobiegać powstawaniu zjawiska aliasingu sygnałów?
6. Dany jest przebieg prostokątny o częstotliwości 20 Hz. Dobrać częstotliwość próbkowania, aby uzyskać prawidłowe odwzorowanie w dziedzinie częstotliwości pierwszych 7 składowych widma tego sygnału.
7. Dany jest przebieg harmoniczny będący sumą sinusoid o częstotliwościach: 30, 60 i 180 Hz oraz jednakowych amplitudach. Narysować przebieg widma amplitudowego (jednostronnego) po spróbkowaniu ww. przebiegu z częstotliwością 100 Hz.
8. Podać zależności, na podstawie których wyznacza się widmo amplitudowe, widmo mocy i gęstość widmową mocy sygnału $x(n)$, jeśli w wyniku działania DFT uzyskamy ciąg zespolonych wartości $X(m) = X_{\text{real}}(m) + jX_{\text{imag}}(m)$.

Literatura

1. Lyons R.G.: Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów. WKiŁ, Warszawa 2000.
2. Smith S.W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Praktyczny przewodnik dla inżynierów i naukowców. Wyd. BTC, Warszawa 2007.
3. Ozimek E.: Podstawy teoretyczne analizy widmowej sygnałów. PWN, Warszawa 1992.
4. Zieliński T.P.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań. WKiŁ, Warszawa 2005.
5. Szabatin J., Podstawy teorii sygnałów. WKiŁ, Warszawa 2007.
6. Wojtkiewicz J.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa 1996.